

## ARRANJOS

- Interessa a ordem

➤ Há repetição

$${}^n A_p' = n^p$$

$n$ : Hipóteses de resposta  
 $p$ : Lugares a ocupar

Exemplo: Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, quantos números de 3 algarismos podemos formar?

➤ Não há repetição

$${}^n A_p = \frac{n!}{(n-p)!} = n(n-1)(n-2)\dots(n-p+1)$$

Exemplos: 1) Dos 20 alunos de uma turma vão ser escolhidos 3 para a A.E. (pres., vice-pres. e secretário). De quantas maneiras pode ser feito?

2) Com os algarismos 1, 2, 3, 4, 5, 6, quantos números de 3 algarismos diferentes podemos formar?

## COMBINAÇÕES

- Não interessa a ordem
- Não há repetições

$${}^n C_p = \binom{n}{p} = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{{}^n A_p}{P_p} = \frac{{}^n A_p}{p!}, \quad n \geq p$$

Exemplos: 1) Dos 20 alunos de uma turma vão ser escolhidos 3 para irem ao teatro. Quantos grupos podem ser constituídos?

2) Totoloto

## PERMUTAÇÕES

- Entram todos os elementos
- Interessa a ordem (porque mudam a ordem)

➤ Os elementos são todos diferentes (sem restrições):

$$P_n = n!$$

Exemplo: Dispor 5 pessoas numa fila de cinema.

➤ Há elementos do mesmo tipo e queremos que fiquem juntos:

$$P_n = p! n_1! n_2! n_3!$$

Exemplo: 4 livros de Mat, 5 de Inglês e 2 de Hist.

$$P_n = 3!4!5!2!$$

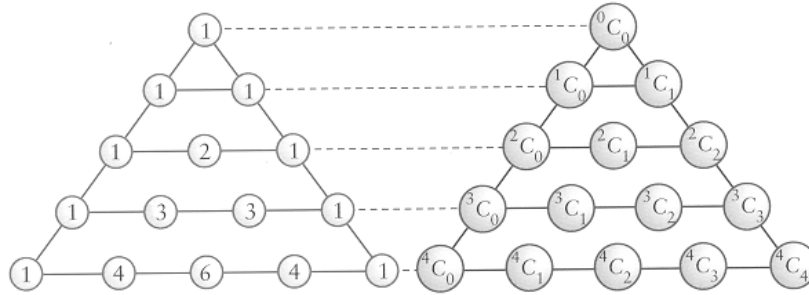
↑  
É o num de grupos diferentes

➤ Há elementos do mesmo tipo e não nos interessa como ficam:

Exemplo: 222005555 →  $P_n = \frac{9!}{3!2!4!}$

$$P_n = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3!}$$

### Triângulo de Pascal



Propriedades:

- Simetria:  ${}^n C_p = {}^n C_{n-p}$
- Soma dos elementos da linha n:  $2^n$   
Somando 2 termos consecutivos de uma linha, obtemos o termo seguinte da linha seguinte:
- ${}^n C_p + {}^n C_{p+1} = {}^{n+1} C_{p+1}$

Calculo de um qualquer termo:

- $T_{p+1} = {}^n C_p a^{n-p} b^p$  ou  $T_p = {}^n C_{p-1} b^{p-1} a^{n-p+1}$

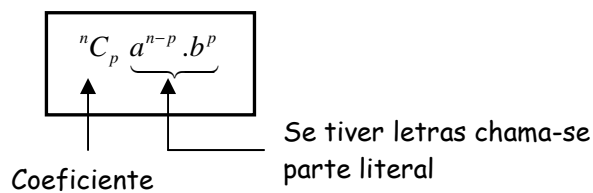
### BINÓMIO DE NEWTON

$$(a + b)^n = {}^n C_0 a^n b^0 + {}^n C_1 a^{n-1} b^1 + {}^n C_2 a^{n-2} b^2 + \dots + {}^n C_{n-1} a^1 b^{n-1} + {}^n C_n a^0 b^n$$

Nota:  ${}^6 C_2 = {}^6 C_4$ ;  ${}^{10} C_3 = {}^{10} C_7$ ;  ${}^n C_5 = {}^n C_{n-5}$

Exemplo:

$$(2a + b)^5 = {}^5 C_0 (2a)^5 b^0 + {}^5 C_1 (2a)^4 b^1 + {}^5 C_2 (2a)^3 b^2 + {}^5 C_3 (2a)^2 b^3 + {}^5 C_4 (2a)^1 b^4 + {}^5 C_5 (2a)^0 b^5$$



➤ **Número de termos do binómio:** n+1 termos

Exemplo:  $(x + 1)^4$  tem 4+1=5 termos

➤ **Como encontrar o termo de qualquer ordem:**  $T_{p+1} = {}^n C_p a^{n-p} b^p$

Exemplo: Calcular o quarto termo de  $(x + 1)^4$ :  $T_{\underset{4}{3+1}} = {}^4 C_3 x^1 \cdot 1^3 = {}^4 C_3 x$

➤ **Determinar o termo médio p** (só existe se n for par):

Exemplo:  $(x + 3)^{12}$ ,  $p = 6$   $T_{6+1} = {}^{12} C_6 x^6 3^6$

➤ **Calcular um termo**

Exemplo: Calcular o termo em  $y^3$  de  $\left(2y^6 + \frac{1}{y^3}\right)^8$ ,  $y \neq 0$ :

1º) Utilizar a fórmula  $T_{p+1} = {}^n C_p a^{n-p} b^p$ , sem substituir  $p$ :  $T_{p+1} = {}^8 C_p (2y^6)^{8-p} \left(\frac{1}{y^3}\right)^p$

2º) Simplificar:  $T_{p+1} = {}^8 C_p 2^{8-p} y^{48-6p} \frac{1}{y^{3p}} \Leftrightarrow T_{p+1} = {}^8 C_p 2^{8-p} \frac{y^{48-6p}}{y^{3p}}$   
 $\Leftrightarrow T_{p+1} = {}^8 C_p 2^{8-p} y^{48-6p-3p} \Leftrightarrow T_{p+1} = {}^8 C_p 2^{8-p} y^{48-9p}$

3º) Igualar a parte que interessa a  $y^3$  para descobrir  $p$ :  $y^{48-9p} = y^3$   
 $48 - 9p = 3 \Leftrightarrow 9p = 48 - 3 \Leftrightarrow p = \frac{45}{9} \Leftrightarrow p = 5$

4º) Substituir o  $p$ :  $T_{5+1} = {}^8 C_5 (2y^6)^{8-5} \left(\frac{1}{y^3}\right)^5 = {}^8 C_5 2^3 y^{18} \frac{1}{y^{15}} = {}^8 C_5 8 y^3$

**Nota:** Quando nos pedem o termo independente é igualar a  $x^0$  ou  $y^0$  (em  $ax^2 + bx + c$ ,  $c$  é o termo independente)