Revisões Gerais de Probabilidades
Preparação para o teste intermédio

1. Sejam *A* e *B* dois acontecimentos, do espaço de resultados *S*, tais que $P(A)=a$, $P(A|B)=0,25$ e $P(B)=0,25$. Quais são, respectivamente, os valores mínimo e máximo que ***a*** pode tomar?

(A) 0 e 0,75 **(B)** 0,0625 e 0,75 **(C)** 0 e 1 **(D)** 0,0625 e 0,8125

2. Num saco estão 20 bolas vermelhas. Pretende-se introduzir um certo número de bolas amarelas no saco, de tal forma que, ao tirarmos uma bola, a probabilidade de ela ser amarela é maior do que 0,1.
Quantas bolas amarelas se devem introduzir no saco?

(A) No mínimo 3 **(B)** No mínimo 2 **(C)** Exactamente 3 **(D)** Exactamente 2

3. Numa corrida entre três amigos (Leonor, Filipe e Pedro), sabe-se que a probabilidade de a Leonor ganhar é dupla da de ganhar o Filipe e a de este ganhar é tripla da de ganhar o Pedro.
Qual a probabilidade de ganhar a Leonor ou o Pedro?

(A) $\frac{7}{9}$ **(B)** $\frac{7}{10}$ **(C)** $\frac{2}{3}$ **(D)** $\frac{7}{10}-\frac{1}{10}\times\frac{6}{10}$

4. Cinco jovens casais organizam um passeio e decidem tirar uma fotografia conjunta. Sabendo que os 10 jovens posam para a fotografia de forma aleatória, qual a probabilidade de os rapazes ficarem juntos e as raparigas também ficarem juntas?

(A) $\frac{(5!)^2}{10!}$ **(B)** $\frac{2\times(5!)^2}{10!}$ **(C)** $\frac{25}{10!}$ **(D)** Nenhuma das anteriores

5. 20% dos colaboradores de uma empresa são economistas e outros 20% são engenheiros.
75% dos economistas e 50% dos engenheiros ocupam um lugar na direcção; dos restantes colaboradores (não economistas nem engenheiros) apenas 10% têm cargo na direcção.
Escolhido aleatoriamente um membro da direcção, a probabilidade de ser economista é:

(A) $\frac{15}{31}$ **(B)** $\frac{5}{21}$ **(C)** $\frac{4}{9}$ **(D)** $\frac{3}{20}$

6. Um edifício tem 2 elevadores *A* e *B*.
O elevador *A* é usado por 40% dos moradores e avaria com uma probabilidade de 2%. O elevador *B* é usado por 60% dos moradores e avaria com uma probabilidade de 3%.
Certo dia um morador usou o elevador e este teve uma avaria. Qual a probabilidade de ter usado o elevador *A*?

(A) 0,008 **(B)** $\frac{9}{13}$ **(C)** $\frac{4}{13}$ **(D)** $\frac{2}{5}$

7. No desenvolvimento do binómio $(x-1)^8$, um dos termos é kx^3. Qual é o valor de *k*?

(A) 56 **(B)** 28 **(C)** -28 **(D)** -56

8. No desenvolvimento do binómio $\left(x^2+\frac{1}{x}\right)^{10}$, um dos termos tem coeficiente 252. Qual é a parte literal?

(A) x^{20} **(B)** x^5 **(C)** x^{10} **(D)** x^8

9. Os pesos (em kg) das crianças de um jardim-escola seguem uma distribuição normal de média $\overline{x}$ e desvio padrão igual a 1. Sabe-se que a probabilidade de o peso de uma criança estar entre 13 e 15kg é aproximadamente 68%. Qual é o valor de $\overline{x}$?

(A) 14 **(B)** 15 **(C)** 13 **(D)** Nenhum dos anteriores

10. O Sr. José tem 8 automóveis pretos e 2 de cor cinzenta. Pediram-lhe que escolhesse 6 automóveis para levar um grupo de visitantes a passear.
Sendo X a variável que designa «o número de automóveis de cor cinzenta» qual a distribuição de probabilidades que pode corresponder à variável X?

(A)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{11}{20}$

(B)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{4}{5}$	$\frac{4}{25}$	$\frac{1}{25}$

(C)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{2\times {}^{8}C_{5}}{{}^{10}C_{6}}$	$\frac{{}^{8}C_{2}}{{}^{10}C_{6}}$	$\frac{{}^{8}C_{2}}{{}^{10}C_{6}}$

(D)

x_i	0	1	2
$P(X = x_i)$	$\frac{{}^{8}C_{6}}{{}^{10}C_{6}}$	$\frac{2\times {}^{8}C_{5}}{{}^{10}C_{6}}$	$\frac{{}^{8}C_{4}}{{}^{10}C_{6}}$

11. O João e o Pedro têm um carro novo. Cada carro tem 5 lugares.
Resolveram ir dar um passeio com os 7 amigos, todos eles com carta de condução.

11.1. Se o João e o Pedro conduzirem cada um o seu carro, de quantas formas diferentes se podem distribuir os amigos pelos dois automóveis?

11.2. Diga de quantas maneiras diferentes se podem sentar os 7 amigos, sabendo que:
- o João e o Pedro conduzem cada um o seu carro;
- a Maria senta-se ao lado do João, e a Madalena ao lado do Pedro.

12. O João tem 14 discos de música ligeira: 6 são portugueses; 4 são espanhóis; 3 são franceses; 1 é italiano.

12.1. O João pretende seleccionar 4 desses 14 discos.

12.1.1. Quantos conjuntos diferentes pode o João fazer, de tal modo que os 4 discos seleccionados sejam de 4 países diferentes, ou seja, um de cada país?

12.1.2. Quantos conjuntos diferentes pode o João fazer, de tal modo que os 4 discos seleccionados sejam todos do mesmo país?

12.2. Considere agora a seguinte experiência: o João selecciona, ao acaso, 4 dos 14 discos. Seja X a variável aleatória: «*nº de discos italianos seleccionados*». Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável X.
Apresente as probabilidades na forma de fracção irredutível.

13. Seja E o conjunto de resultados associado a uma experiência aleatória. Sejam A e B dois acontecimentos possíveis e não certos. Prove que:

13.1. $p\left(\overline{A} \mid \overline{B}\right)\times p\left(\overline{B}\right) - p(A\cap B) = p\left(\overline{A}\right) - p(B)$

13.2. $p\left(\overline{\overline{A}\cap B} \mid B\right) = p(A \mid B)$

13.2. $p\left(\overline{A}\cup\overline{B}\right) + p(A \mid B)\times p(A) = 1$

14. Na Clínica Santa Rita, 20% dos doentes que recorrem a consultas de cardiologia são professores.

14.1. Num determinado dia foram atendidos 10 doentes.

14.1.1. Determine a probabilidade de apenas 2 serem professores.

14.1.2. Determine a probabilidade pelo menos 6 serem professores.

14.2. Se, num determinado mês, foram atendidos 70 pacientes, qual o número médio de professores que nesse mês recorreram à consulta de cardiologia?

15. Num jogo de tiro ao alvo, cada jogador dispõe no máximo de três tentativas, bastando ter sucesso numa delas para não ficar eliminado. Em cada tentativa, um jogador acerta no alvo em 75% das vezes.

15.1. Calcule a probabilidade de não ficar eliminado.

15.2. Sabendo que superou a prova, qual a probabilidade de o ter feito com apenas uma tentativa?

16. Numa empresa, o «número de anos de serviço dos funcionários» distribui-se normalmente com média de 20 anos e desvio padrão de 3 anos.
Escolhe-se aleatoriamente um funcionário dessa empresa. Calcule a probabilidade de ter:

16.1. menos de 17 anos de serviço.

16.2. mais de 26 anos de serviço.

16.3. menos de 14 anos de serviço, sabendo que faz parte do grupo de funcionários que trabalha na empresa há menos de 17 anos.

17. Considere duas caixas de bombons: a caixa *A* contém sete bombons de chocolate preto e cinco de chocolate branco; a caixa *B* contém seis bombons de chocolate preto e oito de chocolate branco.
Considere ainda um dado equilibrado com as faces numeradas de um a seis.
Sabe-se que: se sair um número primo não par no lançamento do dado come-se um bombom da caixa *A*; se sair um número par ou o número 1 come-se um bombom da caixa *B*.

17.1. Qual a probabilidade de comer um bombom de chocolate preto da caixa *B*? Apresente o resultado na forma de fracção irredutível.

17.2. A Marta comeu um bombom de chocolate branco. Qual a probabilidade de ter sido da caixa *A*?

17.3. Considere os acontecimentos:
X: «sair o número dois»
Y: «comer um bombom de chocolate preto»
Sem aplicar a fórmula da probabilidade condicionada, indique o valor de $P(Y \mid X)$, justificando a sua resposta.

18. Numa gelataria pretendem guardar-se 10 gelados de quatro sabores diferentes (2 de baunilha, 3 de manga, 4 de nata e 1 de morango) dispondo para isso de 15 compartimentos numa arca congeladora. Qual a probabilidade de os quatro primeiros compartimentos serem ocupados com quatro gelados de nata?

Uma resposta ao problema é: $\dfrac{{}^{11}C_6 \times {}^{6}C_2 \times {}^{4}C_3}{{}^{15}C_{10} \times {}^{10}C_2 \times {}^{8}C_3 \times {}^{5}C_4}$

Numa pequena composição justifique esta resposta, tendo em conta:

- Lei de Laplace
- Explicação do número de casos favoráveis e número de casos possíveis.

19. Uma caixa, que designamos por caixa 1, contém duas bolas pretas e três bolas verdes. Uma segunda caixa, que designamos por caixa 2, contém duas bolas pretas e uma verde.

19.1. Considere a seguinte experiência: retirar, ao acaso, uma bola de cada caixa.
Seja *X* a variável aleatória «número de bolas verdes retiradas das caixas».
Construa a tabela de distribuição de probabilidades da variável aleatória *X*, apresentando as probabilidades na forma de fracção irredutível.

19.2. Considere agora que, tendo as duas caixas a sua constituição inicial, se realiza a seguinte experiência:

- ao acaso, retiram-se simultaneamente três bolas da caixa 1 e colocam-se na caixa 2;
- em seguida, novamente ao acaso, retiram-se simultaneamente duas bolas da caixa 2.

Sejam os acontecimentos:
A: «As três bolas retiradas da caixa 1 são da mesma cor»
B: «As duas bolas retiradas da caixa 2 são de cores diferentes».
Sem utilizar a fórmula da probabilidade condicionada, determine o valor de $P(B \mid A)$, apresentando o seu valor na forma de fracção irredutível. Numa pequena composição, explique o raciocínio que efectuou. O valor pedido deverá resultar da interpretação do significado de $P(B \mid A)$, no contexto do problema.

19.3. Considere agora que, na caixa 2, tomando como ponto de partida a sua constituição inicial, se colocam mais ***n*** bolas, todas amarelas. Esta caixa fica, assim, com duas bolas pretas, uma verde e ***n*** bolas amarelas.
Considere a seguinte experiência: ao acaso, retiram-se simultaneamente duas bolas dessa caixa. Sabendo que a probabilidade de uma delas ser amarela e a outra verde é $\dfrac{5}{39}$, determina o valor de ***n***.

(GAVE)